

# 基于非线性谐波法的跨声速压气机 确定应力建模

赵 军<sup>1</sup>, 刘宝杰<sup>2</sup>

(1. 中国民用航空飞行学院 航空工程学院, 四川 广汉 618307;

2. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 基于三维定常 Denton 程序发展了非定常、非线性谐波法计算程序,以三维单级、多级跨声速压气机计算为例,通过详细对比非定常和非线性谐波法得到的确定应力(DS)场,验证了非线性谐波法具有建模精度较高的优点的同时,也分析了影响建模精度的5个误差来源.结果表明:非线性谐波法进行确定应力建模时随着谐波阶次的增多,确定应力的数值趋于一极限值,表现出“谐波收敛性”;在算例中考虑前两阶谐波是效益-费用比较高的方案.

**关 键 词:** 航空发动机; 压气机; 确定应力; 非线性谐波法; 非定常计算

**中图分类号:** V231.3

**文献标志码:** A

## Deterministic stress modelling in transonic compressor based on nonlinear harmonic method

ZHAO Jun<sup>1</sup>, LIU Bao-jie<sup>2</sup>

(1. Aviation Engineering Institute,

Civil Aviation Flight University of China, Guanghan Sichuan 618307, China;

2. School of Energy and Power Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** Three-dimensional unsteady, nonlinear harmonic method calculation procedures were developed based on three-dimensional Denton steady solver. The high-modeling-precision advantage of nonlinear harmonic method was validated by contrast the deterministic stresses (DS) field solved with unsteady and nonlinear harmonic method for two three-dimensional single-stage and multi-stage transonic compressor simulation cases, and the five sources of modeling error were analyzed. Results show that with the increase of harmonic orders, the value of deterministic stress constantly goes to a limit, presenting the characteristic of “harmonic convergence”. Only first two harmonic components taken into account was the best choice in the simulation cases because of its high benefit-cost ratio.

**Key words:** aero-engine; compressor; deterministic stress;  
nonlinear harmonic method; unsteady calculation

对叶轮机械内复杂流场进行高效的数值仿真,是计算流体力学工作者的目标,而求解雷诺平

均 N-S(RANS)方程则是现阶段大多数研究者和工程技术人员公认的有效途径.传统的掺混面的

收稿日期:2014-12-18

基金项目:中国民用航空飞行学院科学研究基金(J2014-38)

作者简介:赵军(1980—),男,安徽淮北人,高级工程师,博士,主要从事叶轮机械内复杂流动研究.

通讯作者:刘宝杰(1971—),男,山东青岛人,教授、博士生导师,博士,主要从事叶轮机械气动热力学研究.

方法处理排间参数传递时虽快但不准;而非定常时间精确求解的结果虽准却不快。

自 Adamczyk<sup>[1]</sup>1985 年提出通道平均理论以来,采用模化的确定应力耦合到时间平均(下文简称时均)方程中,得到相对既准又快的结果成为兼具定常计算与非定常计算两者之长的一种可能途径,成为近 30 年来计算流体力学中的研究热点之一。与“雷诺应力”的模化类似,Adamczyk 的通道平均方法带来了确定应力的建模难题。在流体机械工程领域,建模精度和计算量非常重要,能否具备这两个特点便决定了建模方法在工程上是否有广泛的应用前景。近 30 年来,认识到这个热点问题的国内外学者<sup>[2-7]</sup>致力于解决应力建模难题,并对此进行了大量研究工作,典型的有 Rhie 等<sup>[3]</sup>, Sondak 等<sup>[4]</sup>,季路成<sup>[6]</sup>,高丽敏<sup>[7]</sup>。

Giles<sup>[8]</sup>于 1992 年提出了一种渐进求解的方法。He 等<sup>[9-10]</sup>在其启发下进行了创新性的发展,提出了一种求解非定常流场的思路,即非线性谐波法(nonlinear harmonic method)。该方法将非定常流场分成时均场和脉动场两部分,用求解包含确定应力项的时均方程的方式得到时均场,在频域内求解谐波方程得到非定常脉动场,然后在此二者基础上进行耦合求解。该模型计算精度较高,且不需要经验参数,因此被普遍采用,成为近年来的热点研究方向。

Pechloff 等<sup>[11]</sup>和 Saiz 等<sup>[12]</sup>将非线性谐波法应用到叶轮机械气弹耦合领域,Stridh 等<sup>[13]</sup>将其应用于某一级半的跨声速风扇计算,发现确定应力对流场的时均性能能产生显著的影响。Vilmin 等<sup>[14]</sup>采用改进的掺混面数值处理方式,分别从定常、非线性谐波法、非定常时均 3 个方面对二维单级压气机和某三维向心涡轮流场进行对比,发现非线性谐波法在建模精度高的同时,求解速度可以比非定常时均快 2 个数量级。

国内学术界近年来也开始进行非线性谐波法方法的应用研究,柳阳威等<sup>[15]</sup>采用商业 Numeca 软件对单级跨声速离心压气机进行了非定常计算,提取确定应力后进行通道内分布规律研究;高丽敏等<sup>[16]</sup>基于简化的通道平均方程,提出了适合离心压气机动静干扰非定常的半经验确定应力模型;刘波等<sup>[17]</sup>采用 Numeca 软件的 Harmonic 模块对两排对转转子叶片内非定常流场进行分析,研究发现非线性谐波法在设计点下具有较高的建模精度,甚至可以得到较为准确的确定应力分布,而近失速工况下的计算,由于流场中的固有周期

性被破坏,非线性谐波法建模精度下降。赵军等<sup>[18]</sup>通过 NASA67 的非定常计算结果的频域分析对该方法的可行性和应用于旋转叶轮机械数值模拟的具体问题进行了较为详细的探讨。文献<sup>[19]</sup>在二维定常程序基础上编写了非定常和非线性谐波法的 FORTRAN 程序,以二维单级跨声速压气机叶栅为算例,通过对比定常、非定常和非线性谐波法的计算结果,验证非线性谐波法具有建模精度较高的优点。

本文在课题组三维定常 Denton 程序的基础上相继编写了非定常、非线性谐波法程序,选取 NASA67 第 1 级近失速点和某两级跨声速压气机近失速点作为算例,进行了非定常计算与非线性谐波法计算得到的确定应力场的对比分析;最后分析了影响非线性谐波法建模精度的各种因素。

## 1 数值方法

### 1.1 定常与非定常计算

定常计算采用课题组三维定常 Denton 程序,网格采用纯 H 型网格,湍流模型为零方程混合长度模型,转静交界面采用 Denton<sup>[20]</sup>的处理方式;非定常计算时采用模化叶片数的方法,双重时间步推进求解,三层多重网格加速收敛,具体可参考文献<sup>[19]</sup>。

### 1.2 非线性谐波法计算

三维柱坐标下的考虑黏性的 RANS 方程可以写成

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint \mathbf{U} dV_{ol} + \oint (\mathbf{F} dA_r + \mathbf{G} dA_\theta + \mathbf{H} dA_r) + \mathbf{V} = \iiint \mathbf{S} dV_{ol}$$

其中  $\mathbf{U}$  为守恒项,  $\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{H}$  为对流项,  $\mathbf{V}$  为合成的黏性力项,  $\mathbf{S}$  为源项,  $V_{ol}$  为体积,  $A_r$  为与轴向垂直的面积,  $A_\theta$  为与切向垂直的面积,  $A_r$  为与径向垂直的面积。

某点非定常瞬时参数可以写成时均参数和脉动参数之和

$$\mathbf{U} = \bar{\mathbf{U}} + \mathbf{U}'$$

把上式代入非定常方程后,进行时间平均,即得到时均 RANS 方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint \bar{\mathbf{U}} dV_{ol} + \oint (\bar{\mathbf{F}} dA_r + \bar{\mathbf{G}} dA_\theta + \bar{\mathbf{H}} dA_r) + \bar{\mathbf{V}} = \iiint \bar{\mathbf{S}} dV_{ol}$$

非定常方程减去非定常时均方程即可得到非定常脉动方程,假设非定常脉动中1阶项起着主要的作用,舍弃其余高阶项,得到

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint U' dV_{ol} + \iint (\mathbf{F}' dA_x + \mathbf{G}' dA_\theta + \mathbf{H}' dA_r) + \mathbf{V}' = \iint \mathbf{S}' dV_{ol}$$

不失一般性,假设非定常脉动项仅含有基频谐波  $u' = \tilde{u}e^{i\omega t}$ ,把上式投射到频域中即可得频域内的脉动方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint \tilde{U} dV_{ol} + \iint (\tilde{\mathbf{F}} dA_x + \tilde{\mathbf{G}} dA_\theta + \tilde{\mathbf{H}} dA_r) + \tilde{\mathbf{V}} = \iint \tilde{\mathbf{S}} dV_{ol} - i\omega \iint \tilde{U} dV_{ol}$$

为节省篇幅,这里仅给出  $\mathbf{F}$  通量在各类方程中的具体内容.

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho V_x \\ \rho V_x V_x + p \\ \rho V_x V_\theta r \\ \rho V_x V_r \\ \rho V_x H \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \overline{\rho V_x} \\ \overline{\rho V_x \bar{V}_x} + \overline{(\rho V_x)' V'_x} + \bar{p} \\ [\overline{\rho V_x \bar{V}_\theta} + \overline{(\rho V_x)' V'_\theta}] r \\ \overline{\rho V_x \bar{V}_r} + \overline{(\rho V_x)' V'_r} \\ \overline{\rho V_x \bar{H}} + \overline{(\rho V_x)' H'} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}' = \begin{bmatrix} (\rho V_x)' \\ \overline{\rho V_x V'_x} + (\rho V_x)' \bar{V}_x + p' \\ [\overline{\rho V_x V'_\theta} + (\rho V_x)' \bar{V}_\theta] r \\ \overline{\rho V_x V'_r} + (\rho V_x)' \bar{V}_r \\ \overline{\rho V_x H'} + (\rho V_x)' \bar{H} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \rho \tilde{V}_x \\ \overline{\rho V_x \tilde{V}_x} + \overline{\rho \tilde{V}_x \bar{V}_x} + \tilde{p} \\ (\overline{\rho V_x \tilde{V}_\theta} + \overline{\rho \tilde{V}_x \bar{V}_\theta}) r \\ \overline{\rho V_x \tilde{V}_r} + \overline{\rho \tilde{V}_x \bar{V}_r} \\ \overline{\rho V_x \tilde{H}} + \overline{\rho \tilde{V}_x \bar{H}} \end{bmatrix}$$

其中  $\overline{(\rho V_x)' V'_x}$ ,  $\overline{(\rho V_x)' H'}$  等非线性相关项为确定应力,其余变量含义可参考文献[9].

在进行脉动场进口边界条件施加时假设时均场中掺混面下游叶排的非定常时变曲线等价于上游的空间周向波形,对其进行快速傅里叶分析就可以得到各阶谐波的幅值,作为脉动场迭代时下

游叶排的进口边界条件,这样处理解决了脉动场迭代时进口边界条件的给定问题,当然,会引入一定的误差.

## 2 跨声速单级压气机近失速点算例

### 2.1 算例介绍

该单级跨声速压气机算例是 NASA67 第 1 级进行转静子轴向间距缩短的情况.保持原型转子叶片数为 22、静子叶片数由 34 调整为 33,同时进行了缩放以确保静子稠度不受影响.转子、静子轴向都分布 135 个网格点,在前尾缘处进行局部加密,在叶片表面也进行了局部的加密.转子计算域内叶尖间隙的处理采用“削尖”的简单做法,间隙内分配了两道网格,如图 1 所示.计算时进口给定总压为 101325.0 Pa,总温为 288.0 K,切向和径向的气流角均为  $0^\circ$ ;出口给定轮毂静压为 139100.0 Pa,转子转速为 16042.8 r/min.

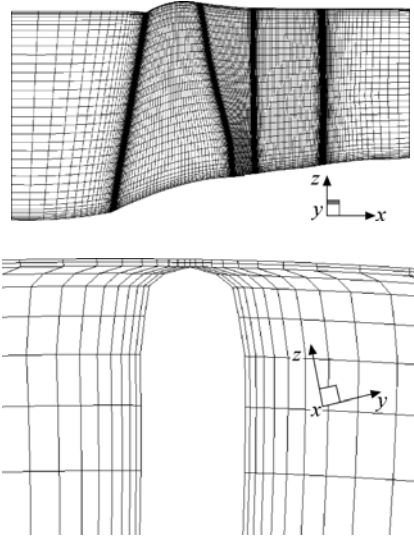


图1 单级算例网格示意图

Fig. 1 Sketch map of grid in single-stage case

### 2.2 非定常计算

非定常计算采用时间精确求解的双重时间步迭代.图2是单级算例静子进口第5道网格处的轴向速度的时变曲线,可以看到静子中的轴向速度周期性较好,轴向速度脉动幅值大约为 35.5 m/s,约是平均速度的 22%.

图3给出了某物理时刻非定常流动的熵 ( $E_{nt}$ ) 分布等值线,可以看到上游转子的尾迹在下游静子通道中的发展以及在 a 处与静子表面附面层的相互影响.

得到了各个物理时刻的流场之后,直接代数

平均便可以得到非定常时均场,图 4 所示是单级算例时均场相对马赫数云图.可以看到近失速工况时,激波面已经被推出叶排通道.

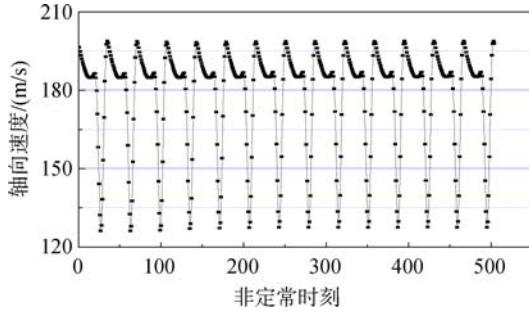


图 2 单级算例轴向速度时变曲线

Fig. 2 Time-varying curve of axial velocity in single-stage case

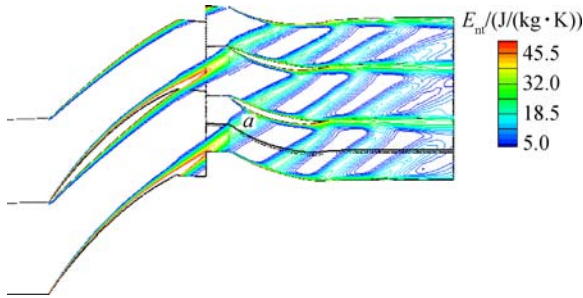


图 3 某物理时刻非定常流动熵值分布

Fig. 3 Distribution of unsteady entropy of unsteady flow at a physical time

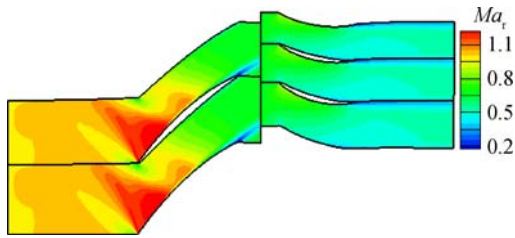


图 4 单级算例时均场相对马赫数分布

Fig. 4 Distribution of relative Mach number in time-averaged field in single-stage case

### 2.3 非定常确定应力分析

图 5 是叶中截面的静子内 4 个确定应力分布,DSXX 代表  $\overline{(\rho V_x)'V_x'}$  (量符号记为  $S_{d,xx}$ ); DSXT 代表  $\overline{(\rho V_x)'V_t'}$  (量符号记为  $S_{d,xt}$ ); DSXR 代表  $\overline{(\rho V_x)'V_r'}$  (量符号记为  $S_{d,xr}$ ); DSXH 代表  $\overline{(\rho V_x)'H'}$  (量符号记为  $S_{d,xH}$ ). 可以看到 DSXX 为确定性正应力,数值一直为正,其余切应力数值有正有负;确定应力在交界面到叶片进口这段区域的周向均匀性相对较好,而进入叶片区后,均匀

性变差.

图 6 是对静子计算域中 DSXX 进行周向面积平均得到的子午面上的分布;另外,从云图中提

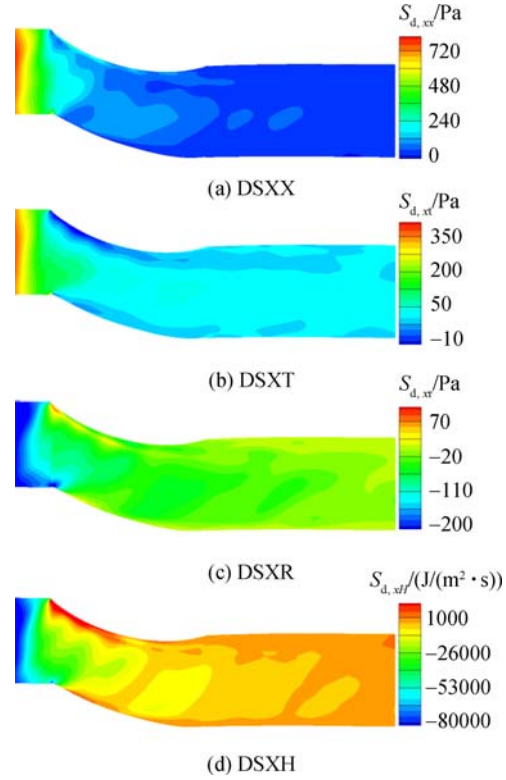


图 5 叶中截面确定应力的分布

Fig. 5 Distribution of deterministic stress in middle section of blade

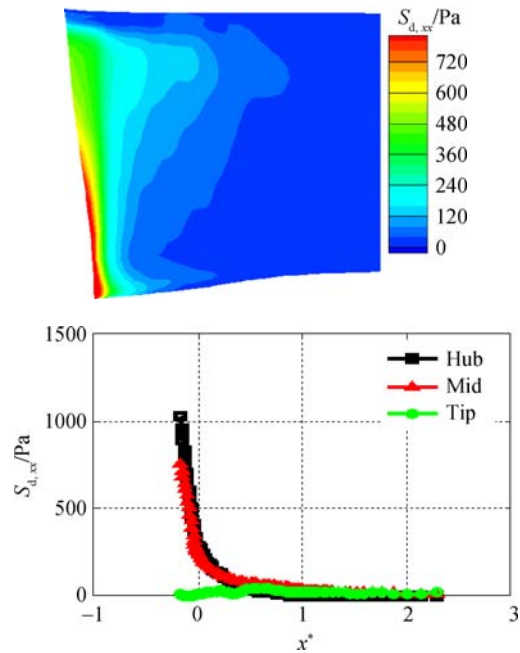


图 6 DSXX 分布

Fig. 6 Distribution of DSXX

取出来近叶尖(tip)、叶中(mid)、近轮毂(hub)3个典型截面处面积平均值沿轴向的变化曲线,图中横坐标  $x^*$  是无量纲的轴向位置,0代表前缘,1代表尾缘.可以看到DSXX在轮毂附近较大;叶尖的确应力最小,这是因为该处对应着转子的径向间隙,缺少了尾迹扫掠,所以确定应力数值最小,接近于零.从轴向衰减曲线中可见确定应力在进入叶片区之前衰减很快,进入叶片区之后由于尾迹恢复效应衰减减慢.

## 2.4 确定应力对比

在定常计算的基础上耦合迭代频域脉动方程进行非线性谐波法的计算,图7给出了考虑前两阶谐波的静子叶中截面处确定应力的分布,三维流场共有12个确定应力,这里只选出典型的4项确定应力进行对比,其中上排是非线性谐波法2阶的结果,下排为非定常计算得到的确定应力.从图中可见非线性谐波法在DSXX进口处和压力面附近分布预估得不佳,在吸力面附近吻合较好;对DSXT,DSXR,DSXH则都较好地预测了吸力面和压力面的分布.

图8是DSXX,DSXT在近叶中截面处周向面积平均值沿轴向曲线,同时给出了非线性谐波法考虑前一阶谐波(HAR1)、非线性谐波法考虑前两阶谐波(HAR2)、非线性谐波法考虑前三阶谐波(HAR3)与非定常计算(UN)得到的确定应力,以考察非线性谐波法建模精度并确定最佳谐波阶次.从对比中可以看出,和非定常计算得到的确定应力相比,非线性谐波法的曲线总体上吻合不错,第2阶、第3阶的波形差异相比第1阶、第2阶的波形差异要小,随着谐波阶次的增多,确定应力的数值趋于一极限值,表现出“谐波收敛性”,从图8可以看出,在本文算例中考虑前两阶谐波是效益-费用比较高的方案.分析其中的DSXX云图, HAR1~HAR3衰减速度的结果和非定常时均都较接近,其中HAR2和HAR3的数值偏大,相比之下第2阶结果更接近非定常时均解;而进入叶片区以后,第1阶结果吻合较好,同时可以看到,随着谐波阶次的提高,静子进口的数值振荡有所改善;考虑到第2阶比第3阶节省的计算量,综合考虑,非线性谐波法建模时采用前两阶谐波是较好的选择;从DSXT的对比曲线可见,第1阶

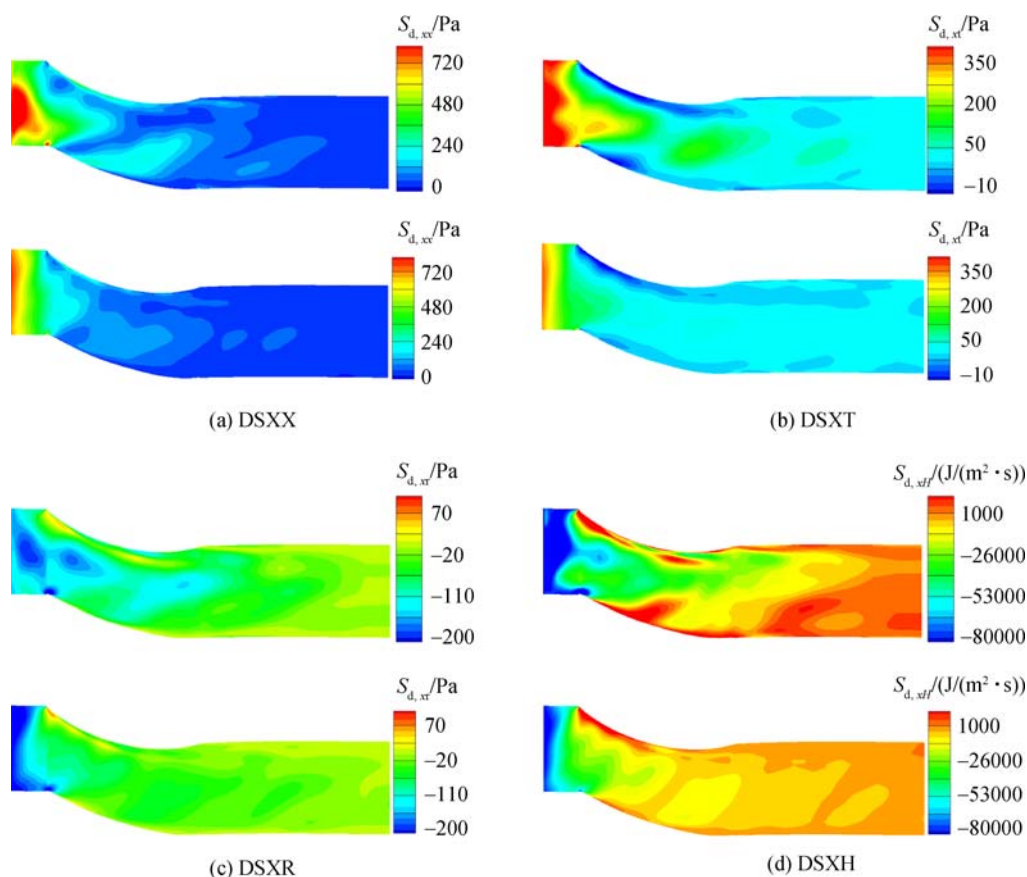


图7 确定应力对比

Fig. 7 Comparison of deterministic stress

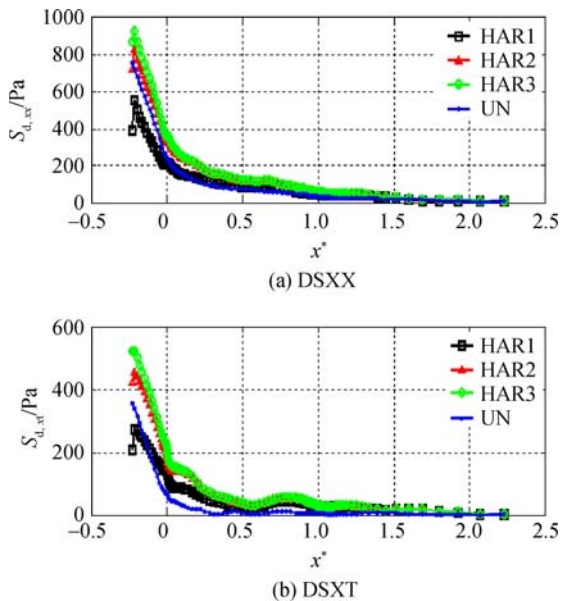


图 8 近叶中截面确定应力周向平均值轴向曲线

Fig. 8 Axial curve of deterministic stress circumferential-averaged in near middle section of blade

结果与非定常时均最接近;但第 2 阶和第 3 阶对前部延伸区内的衰减速度预估更准确。

非线性谐波法计算时,频域脉动场计算因为在复数域内求解,两个复数的相乘需要 4 个乘法和 3 个加法运算,经运行验证总的计算约为定常计算的 5 倍,如果考虑前两阶谐波,则脉动场总的计算量为定常计算的 10 倍,加上定常的平台计算和确定应力的耦合,时间会稍许有所增加;而非定常计算时间动辄便是定常计算时间的数百甚至上千倍。

在多级非定常计算中,如果上、下游叶片数比值不是 1:1,非定常计算需要一个叶排计算几个通道,而非线性谐波法因脉动场采用延迟性边界条件每排只需要计算一个通道,其计算量比非定常计算节省的优势会更明显。

### 3 跨声速多级压气机近失速点算例

前文给出的是单级叶排结构,在多级压气机的数值模拟中,不仅有下游静子对上游转子的非定常势干扰,同时也存在下游转子对上游静子的非定常势干扰以及相对静止叶排的 Clocking 现象,这些特征是单级算例无法提供的。本节进行某两级算例近失速点流动的非线性谐波法计算研究。

#### 3.1 算例介绍

该三维多级算例是从某多级压气机中后部提取的。为便于进行非定常的计算对叶片数进行了

调整,调整后第 1 级转子(R1)、第 1 级静子(S1)、第 2 级转子(R2)、第 2 级静子(S2)的叶片数分别为:42,63,42,63。非定常计算时采用叶片数模化的方法每排通道数取为 2,3,2,3。网格采用了 Denton 式样的纯 H 型网格,如图 9 所示,在前尾缘处和叶片表面进行局部加密。

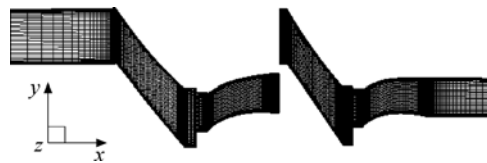


图 9 两级算例网格示意图

Fig. 9 Sketch map of grid in double-stage case

#### 3.2 非定常计算

采用 Dual-time 方法进行非定常时间精确解的计算。图 10 分别是两级算例第 1 级转子出口倒数第 5 道网格点和第 1 级静子进口第 5 道网格处的轴向速度的时变曲线,可以看到轴向速度的周期性较好。

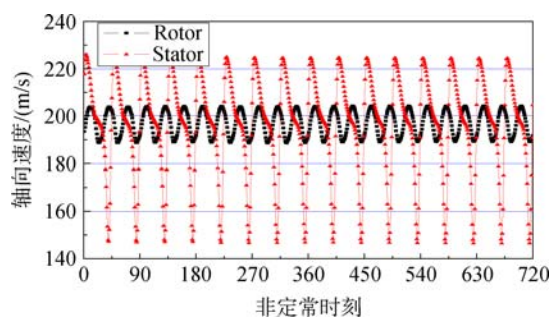


图 10 两级算例轴向速度的时变曲线

Fig. 10 Time-varying curve of axial velocity in double-stage case

图 11(a)给出了某固定时刻的非定常流动的熵分布等值线图,图 11(b)是第 1 级静子和第 2 级转子交界面处的局部放大图,在第 2 级转子中同时存在第 1 级转子的尾迹(如图 11(a)所示)以及第 1 级静子的尾迹(如图 11(b)所示)。

得到了各个物理时刻的流场之后,直接代数平均便可以得到非定常时均场,图 12 是时均场相对马赫数( $Ma_r$ )云图,可以看到第 2 级转子中的激波已经被推出叶排通道,该多级压气机工作在近失速工况。

得到了时均场,继而可以得到各个物理时刻的脉动场,之后便可以后处理得到确定应力场。

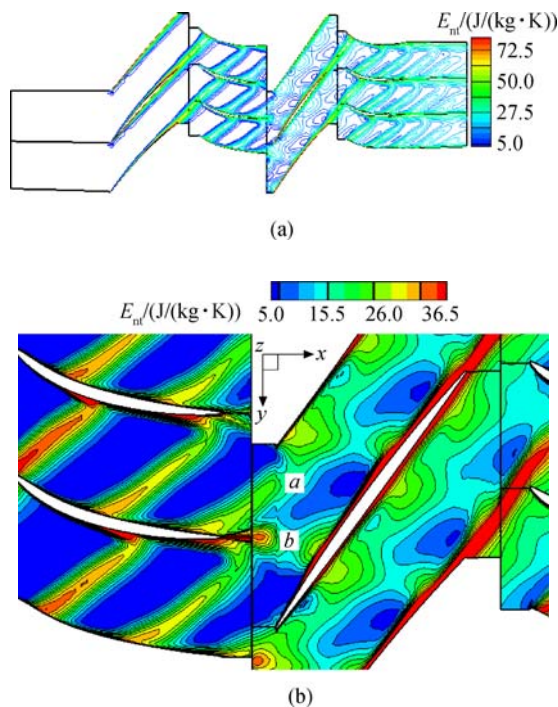


图11 非定常流动的熵分布等值线

Fig. 11 Isolines of entropy distribution of unsteady flow

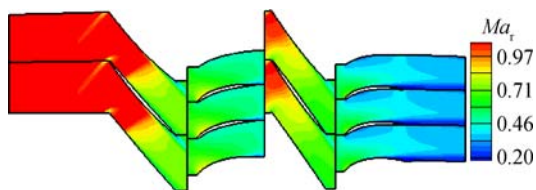


图12 两级算例时均场相对马赫数云图

Fig. 12 Contour of relative Mach number in time-averaged field in double-stage case

### 3.3 非定常确定应力分析

下面分析非定常计算后处理合成得到的确定应力的分布,为简化起见,只给出两项确定应力分别是 DSXX DSXT.

图13给出的是第1级静子叶片中截面的两项确定应力分布.和单级非定常确定应力分布不同的是,该算例的确定应力分布更复杂了,通道中的条带反映了上游转子尾迹的影响,同时出口的数值也比较大,这是因为下游叶排是第2级转子,在该近失速点状态下转子的激波进入该排静子后部计算域,激波的周期性扫掠造成了静子出口较大的确定应力.

在单级算例上,叶中截面的 DSXT 在进口处是正值,而在该算例中却是负值,这是因为上游转子的出口尾迹是向下的,这样在尾迹区中轴向速度降低而切向速度反而增加了,和单级算例恰好

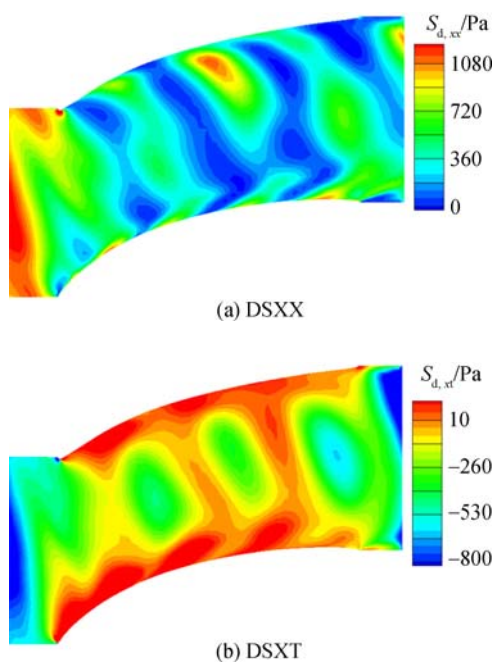


图13 第1级静子叶片中截面确定应力分布

Fig. 13 Contour of deterministic stress in middle section of 1st stator blade

相反.在静子出口处的确定应力比进口处周向变得更加不均匀,反映出非定常势干扰的复杂影响.

图14给出了叶片中截面处第2级转子中的确定应力分布,进口处 DSXX 大致为 500 Pa,相比第1级静子进口的 DSXX 要小得多,这反映了第1级转子中的尾迹深度比第1级静子出口尾迹亏损要深,同时该排流场同时受第1级转子和第1级静子两道尾迹的影响,造成其特殊的确定应力

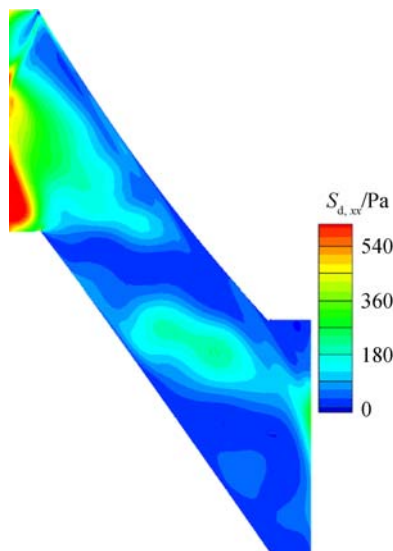


图14 第2级转子叶片中截面确定应力分布

Fig. 14 Contour of deterministic stress in middle section of 2nd rotor blade

分布。

因为受上游多道尾迹的影响,所以即使出口的流动状态是定常的,第 2 级静子中的确定应力分布与单级情况下也不一致,表现在图 15 中有明显的条带,周向不均匀性增加,分布更加复杂。

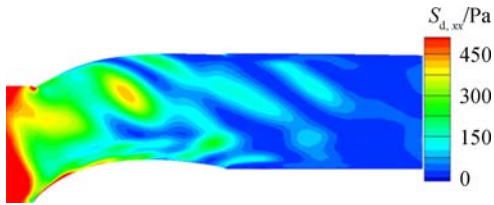


图 15 第 2 级静子叶片中截面确定应力分布

Fig. 15 Contour of deterministic stress in middle section of 2nd stator blade

### 3.4 确定应力对比

对该两级算例进行非线性谐波法计算时,仅考虑前两阶谐波,同时考虑了第 2 级转子对第 1 级静子的非定常势干扰,这样在频域脉动方程求解中需要针对第 1 级静子进行两次在不同频率、不同进出口边条下的单独迭代。

图 16 是第 1 级静子内确定应力轴向变化曲线的对比,因边界条件没有采用无反射边条,进口和出口的第 1 道网格线上都有较大的振荡,在进口处非线性谐波法较准确的预估了轴向衰减速度,但数值偏大;叶片区内吻合不好;出口处由于下游转子的上传激波干扰,UN 结果较大,且因复杂的相互影响在后半段有 2 个波谷, HAR2 虽然

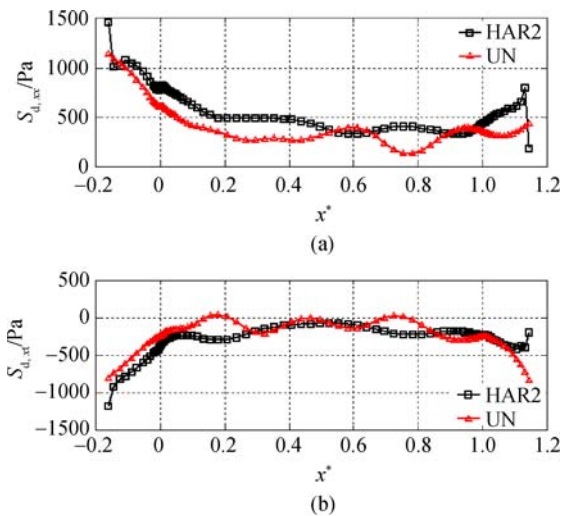


图 16 第 1 级静子内确定应力轴向变化

Fig. 16 Axial variation of deterministic stress in 1st stator

模拟出来 2 个波谷,但无论轴向位置还是具体数值都不够准确. HAR2 针对 DSXT 的预估精度较高一些,没有采用无反射边条导致的进出口振荡也较小,但依然没能较好的捕捉叶片区内的复杂波形。

图 17 给出了第 2 级转子内确定应力的轴向变化曲线的对比. HAR2 在前部延伸区对 DSXX 预估的轴向衰减速度稍大于 UN 结果,导致叶片区内预估数值偏小;DSXT 的对比结果较差,反映出在多级复杂流动情况下非线性谐波法建模精度下降。

图 18 给出了第 2 级静子内确定应力的轴向

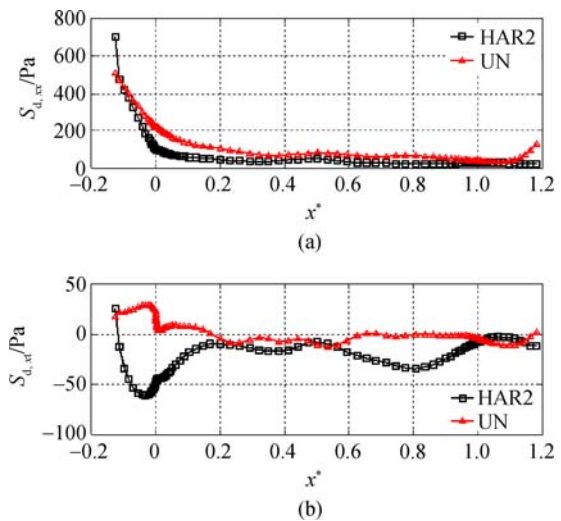


图 17 第 2 级转子内确定应力轴向变化

Fig. 17 Axial variation of deterministic stress in 2nd rotor

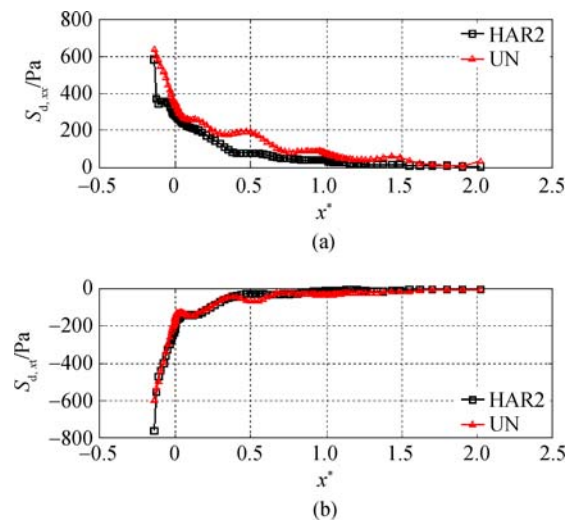


图 18 第 2 级静子内确定应力轴向变化

Fig. 18 Axial variation of deterministic stress in 2nd stator

变化曲线的对比。DSXX 总体上吻合较好;DSXT 的预估精度较高,不仅准确预估了轴向衰减速度,同时也在具体数值上也非常吻合。总体上非线性谐波法建模精度较第2级转子要好,究其原因,该叶排虽然受上游三道尾迹影响,但是第1级转子和第1级静子的影响都衰减了,主要是受第2级转子的影响,非线性谐波法计算中进口边条施加时采取的“以空间换时间”的假设带来的误差相对较小。

#### 4 非线性谐波法建模误差分析

自从 Adamczyk 于 1985 年提出通道平均方程的理论后,国内外出现了多达数 10 种确定应力建模方法。这其中,非线性谐波法是公认的精度最高的建模方法,不需要经验参数,通用性较好。从上文可以看到,该方法在单级算例中吻合较好,即使是近失速点还是差强人意;但随算例级数增多,建模精度下降明显,结合前述第 1 章的分析和文献[9,17]的研究,总结非线性谐波法的建模误差来源于如下 5 个方面:

- 1) 非定常脉动方程推导过程中只保留 1 阶线性项,舍弃了高阶项。
- 2) 进行非定常脉动方程迭代时只考虑有限的前  $N$  阶谐波,舍弃高阶谐波。
- 3) 假设湍流黏性系数在非定常各个物理时刻保持不变<sup>[9]</sup>。
- 4) 流场出现分离后,单通道的相延迟周期边界条件不满足<sup>[17]</sup>。
- 5) 脉动场进口边界条件施加时假设时均场中掺混面下游叶排的非定常时变曲线等价于上游的空间周向波形;随着算例级数增多,该假设带入的误差越来越大。

#### 5 结 论

本文以 NASA67 第 1 级近失速点和某两级跨声速压气机近失速点作为算例,进行了非定常计算与非线性谐波法计算得到确定应力场的对比分析,是通过编写非线性谐波法程序实现三维算例情况下非线性谐波法得到的确定应力与非定常计算得到的确定应力的对比,对比得到以下主要结论:

- 1) 非线性谐波法应用于三维单级压气机算例中能较准确地模拟确定应力的分布规律,具有较高的建模精度,且较双时间步的非定常计算可以大幅缩短计算时间。

2) 非线性谐波法在建模时存在 5 项误差来源,导致该方法还难以达到非定常计算结果的精度。

3) 非定常脉动场迭代求解时进口边界条件的给定不可避免地要带来误差;随着算例级数增多,该假设带入的误差越来越大。

4) 非线性谐波法进行确定应力建模时随着谐波阶次的增多,确定应力的数值趋于一极限值,表现出“谐波收敛性”;考虑前两阶谐波是效益-费用比较高的方案。

#### 参考文献:

- [1] Adamczyk J J. Model equation for simulation flows in multistage turbomachinery [R]. ASME Paper 85-GT-226, 1985.
- [2] Adamczyk J J. A model for closing the inviscid form of the average passage equation system[J]. Journal of Turbomachinery, 1986, 108(2): 180-186.
- [3] Rhie C M, Gleixner A J, Spear D A, et al. Development and application of a multistage Navier-Stokes solver: Part 1 multistage modeling using body-forces and deterministic stresses[R]. ASME Paper 95-GT-342, 1995.
- [4] Sondak D L, Dorney D J, Davis R L. Modeling turbomachinery unsteadiness with lumped deterministic stresses[R]. AIAA 96-2570, 1996.
- [5] Van de Wall A G, Kadambi J R, Adamczyk J J. A transport model for the deterministic stresses associated with turbomachinery blade row interaction[J]. Journal of Turbomachinery, 2000, 122(4): 593-603.
- [6] 季路成. 轴流式叶轮机转子/静子干扰非定常流动探索研究[D]. 北京:北京航空航天大学, 1998.  
JI Lucheng. Research on rotor/stator interaction in axial turbomachinery[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1998. (in Chinese)
- [7] 高丽敏. 离心压缩机级内流动的数值分析与实验研究[D]. 西安:西安交通大学, 2002.  
GAO Limin. Numerical and experimental research on centrifugal compressor[D]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University, 2002. (in Chinese)
- [8] Giles M. An approach for multistage calculations incorporating unsteadiness[R]. ASME Paper 92-GT-282, 1992.
- [9] He L, Ning W. Efficient approach for analysis of unsteady viscous flows in turbomachines[J]. AIAA Journal, 1998, 36(11): 2005-2012.
- [10] Chen T, Vasanthakumar P, He L. Analysis of unsteady blade row interaction using nonlinear harmonic approach [J]. Journal of Propulsion and Power, 2001, 17(3): 651-658.
- [11] Pechloff A, Laschka B. Small disturbance Navier-Stokes method: efficient tool for predicting unsteady air loads[J]. Journal of Aircraft, 2006, 43(1): 17-29.

- [12] Saiz G, Imregun M, Sayma A I. A multi-blade-row linearised analysis method for flutter and forced response predictions in turbomachinery[R]. ASME Paper GT2006-90789, 2006.
- [13] Stridh M, Eriksson L E. Modeling unsteady flow effects in a 3D transonic compressor[R]. ASME Paper GT2005-68149, 2005.
- [14] Vilmin S, Lorrain E, Hirsch C, et al. Unsteady flow modeling across the rotor/stator interface using the nonlinear harmonic method[R]. ASME Paper GT2006-90210, 2006.
- [15] 柳阳威, 黄卫兵, 刘宝杰. 离心压气机确定应力场分析[J]. 航空动力学报, 2008, 23(3): 534-540.  
LIU Yangwei, HUANG Weibing, LIU Baojie. Analysis of deterministic stresses in a centrifugal compressor[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(3): 534-540. (in Chinese)
- [16] 高丽敏, 李晓军, 高杰, 等. 确定应力模型在离心压缩机级流场模拟的应用[J]. 机械工程学报, 2011, 47(2): 166-172.  
GAO Limin, LI Xiaojun, GAO Jie, et al. Application of deterministic stresses model in simulation of centrifugal compressor stage flow field[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(2): 166-172. (in Chinese)
- [17] 刘波, 王雷, 黄建. 非线性谐波法在双级对转压气机中的进一步校检[J]. 航空动力学报, 2013, 28(6): 1333-1341.  
LIU Bo, WANG Lei, HUANG Jian. Further validation of NHM in two-stage counter-rotating compressor[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(6): 1333-1341. (in Chinese)
- [18] 赵军, 柳阳威, 刘宝杰. NASA67 级非定常流场的频域分析[J]. 航空动力学报, 2007, 22(8): 1371-1377.  
ZHAO Jun, LIU Yangwei, LIU Baojie. Frequency-domain analysis of NASA67 unsteady flow field[J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(8): 1371-1377. (in Chinese)
- [19] 赵军, 刘宝杰. 非线性谐波法的进一步校验分析[J]. 航空动力学报, 2008, 23(4): 680-686.  
ZHAO Jun, LIU Baojie. Application of nonlinear harmonic method in numerical simulation for turbomachinery[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(4): 680-686. (in Chinese)
- [20] Denton J D. The calculation of three-dimensional viscous flow through multistage turbomachines[J]. Journal of Turbomachinery, 1992, 114(1): 18-26.

(编辑:王碧琚)